

DTL 収束パラメータの設定と stability

2003. 9. 7 T. Kato

1) はじめに

大強度陽子リニアックの空間電荷効果を含むビームダイナミクス分野において多くの仕事をしている I. Hofmann は次のように書いている。

We conclude that linac beams can be “nonequipartitioned” without risk of emittance transfer, as long as the tune depression is not excessive. We suggest that the region of transverse tune depression between 0.7 and 1 should be safe from a practical point of view. Ref: Phys. Rev. E 57,4713(1998).

彼の結論は、

1. equipartitioned beam でも nonequipartitioned beam でもどちらでも良い。(但し、安定領域の広さは、equipartitioned beam がまさるようだ)
2. 実際のリニアック加速では、tune depression が 0.7 以上であれば安全である、
という事だと思われる。

その外にもいくつかの結果を彼は示しているので、それらを列挙する。但し、この分野の問題は、最終的な決着が全てついているわけではない事にも注意する必要があると思われる。

3. 入射時点で equipartitioned beam であれば、(異なる degree of freedom の間で) エネルギーの交換はないが、強い tune depression のもとではエミッタンス増加を起こす。
4. 特に、 $k_z/k_x=1$ (空間電荷効果を含めた縦と横の収束力が等しくなる事) となる設定、及び強い tune depression (<0.4) は避けるべきである。

Hofmann の stability chart (図 1) が最近の CERN の SPL デザインには良く使われている。

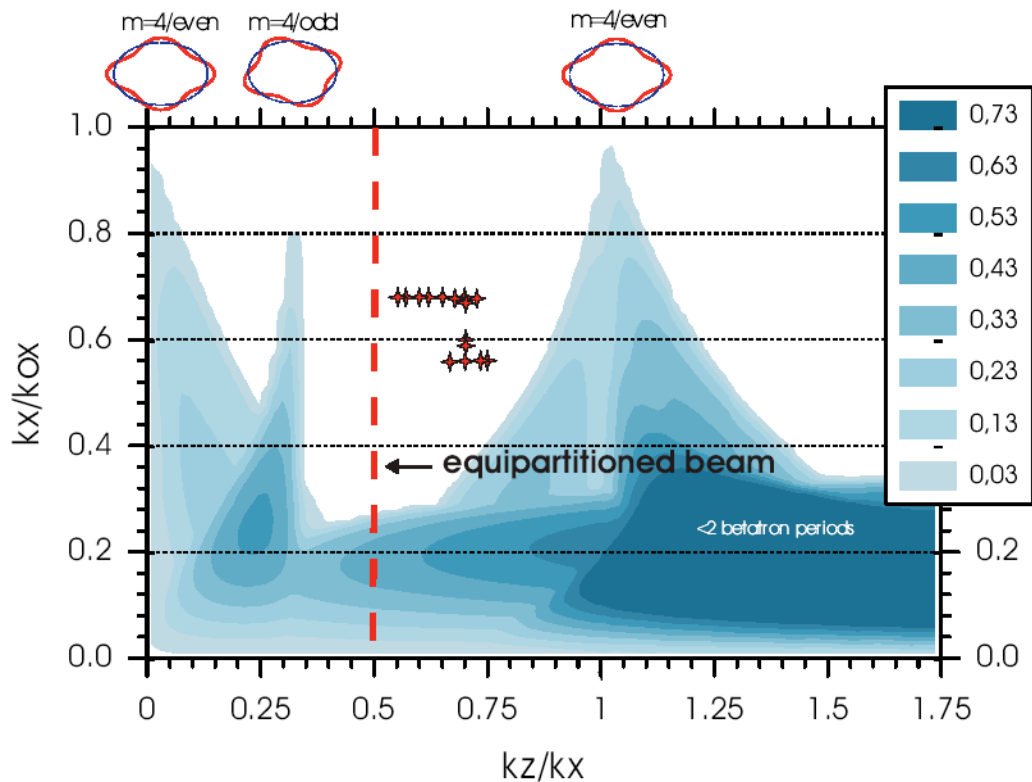


図 1 : Hofmann' s instability plot for an emittance ratio of 2, the colours indicate the growth rates per betatron period and the stars show the actual tune ratios for the normal conducting SPL lattice (F. Gerigk, PS/RF Note 2002-038 より引用)

図 1 の横軸は kz/kx だから、縦 (z 方向) と横 (x or y 方向) の空間電荷を含めた収束力の比と考えて良い。縦軸は kx/k_{0x} であり、横方向の tune depression である。この図は、縦と横のエミッタンス比 (σ_z/σ_x) = 2 を仮定している。Equipartitioned beam では $(kz/kx) * (\sigma_z/\sigma_x) = 1$ が成り立つので、図中の縦の赤い点線の位置 ($kz/kx=0.5$) が equipartitioned beam 対応する。薄い青色で書かれている部分は、振動モードの励振によるエミッタンス増加の割合であり、チャートの上に対応するモードが示されている。従って白色の部分が、より安定 (安全) である事を意味している。Tune depression が強くなると (小さい値になると) 共振の幅が広がり、エミッタンス増加率も大きくなる事がわかる。

2) DTL 入射縦エミッタンスの値について

2.1 J-PARC デザイン

RFQ 出口の縦エミッタンス計算値は $\sigma_{zrms}=0.0923$ pi-MeV-deg である (TDR: JAERI-TECH 2003-044, p. 42, KEK report 2002-13) が、DTL 入り口では $\sigma_{zrms}=0.14$ を使っている。従って、エミッタンス増加率 1.52 を仮定している。これは、RFQ

出口の実際の縦エミッタンスは、計算よりは大きい可能性がある事、MEBT 通過に伴い、エミッタンス増加がある事を考慮したものである。この場合、 $\sigma_z/\sigma_x=1.9$ となる（注： σ_z (deg-MeV) を σ_z (mm-mrad) に変換する。 $\sigma_{x\text{rms}}=0.2\pi$ -mm-mrad)。

2.2 SNS デザイン

RFQ 出口のエミッタンス比は $\sigma_z/\sigma_x=1.05$ となっているが、MEBT のエラー、あるいは mismatches を考慮して、DTL 入り口では $\sigma_z/\sigma_x=2.07$ を使って、検討がなされている（図 2）。横エミッタンスが変わらないとすれば、MEBT 通過に伴う縦エミッタンス増加率 1.97 を仮定している。（Ref. I. Hofmann, PAC2001, Emittance Coupling～）

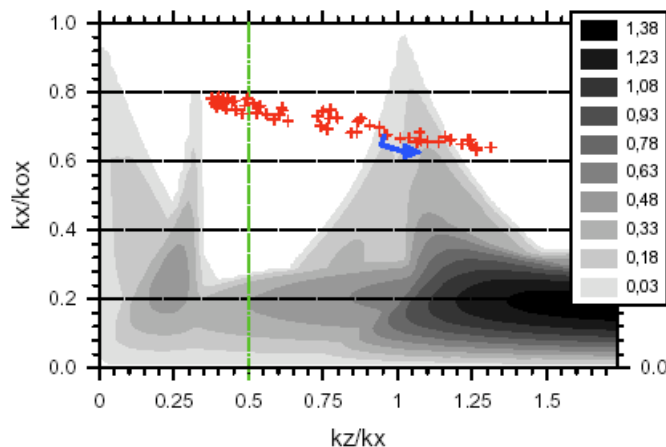


図 2 : Theoretical resonance chart for $\sigma_z/\sigma_x=2$ with PARMILA tune trajectory through DTL for SNS input emittances (at arrow). Grey scales indicate theoretical growth rates in units of inverse zero-current betatron periods per e-folding (vertical line marks equipartition).

2.3 CERN SPL デザイン

図 1 からわかるように、 $\sigma_z/\sigma_x=2$ を使っている。RFQ の出口エミッタンス等は、資料がなくわからない。デザインの大きな変更がたびたびされているので、注意が必要。

図 1 と図 2 からわかるように、SNS と SPL は $\sigma_z/\sigma_x=2$ を使っており、J-PARC では 1.9 を使っている。又、tune depression は、SNS&SPL とともに 0.7 程度となっており、十分な収束力を与えている事がわかる。

3) J-PACR DTL の収束デザインパラメータと安定性

3.1 十分な収束力のデザイン

TDRに記載されている DTL パラメータは次の通りである。

DTL 入り口において：

$$\sigma_{x,rms}=0.2 \text{ pi-mm-mrad}$$

$$\sigma_{z,rms}=0.14 \text{ pi-deg-MeV}$$

横方向ゼロ電流位相進み 58 度

対応する磁石励磁電流 718 A

電流 30mA の場合について、この条件下で求めた J-PARC DTL の収束パラメータを stability chart と重ねて図3に示す。エミッタンス比がおよそ 1.9 になるので、図1に重ねて、緑色で図示した。

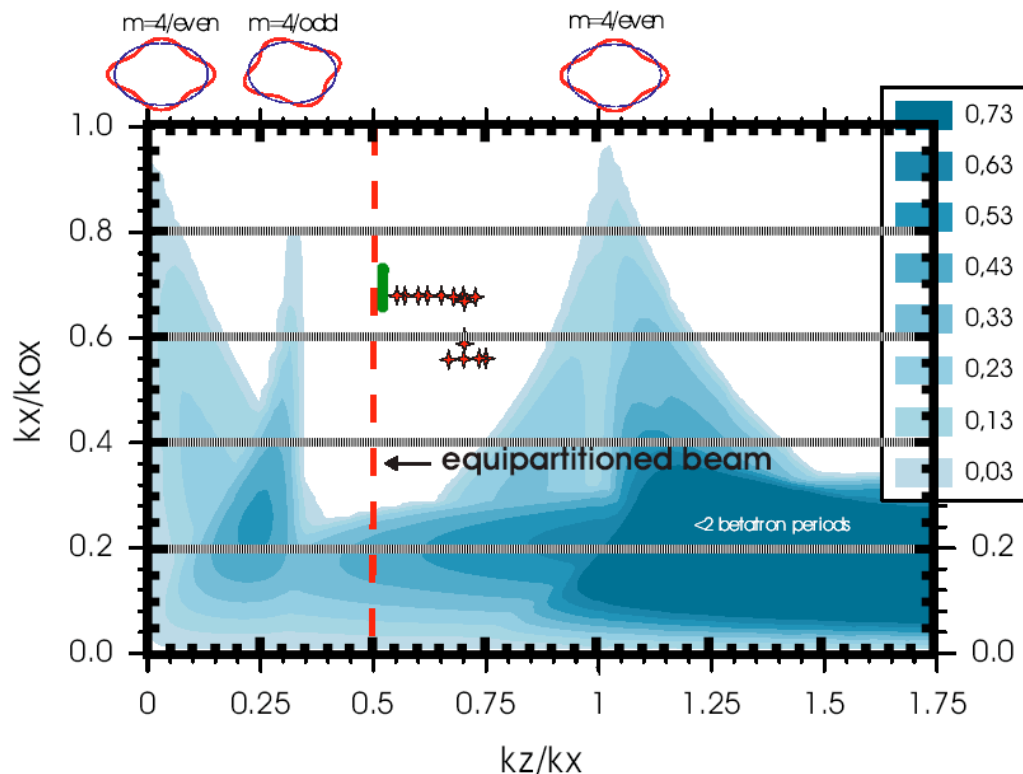


図3：J-PARC TDR design の stability chart 上の動作点。緑の部分がデザイン値。エミッタンス比がおよそ 1.9 なので、equipartitioned beam は、 $k_z/k_x=0.52$ となる。従って、このパラメータ設定では、equipartitioning が実現されている。赤のクロスは SPL の値。 $\sigma_z/\sigma_x=2$ の chart を使用した。

3.2 弱い収束力を使ったデザイン

DTL 入り口の収束磁石電流を 500 A 程度に設定する場合について考える。この

場合のビームパラメータは次のようなものであろう。

DTL 入り口において：

$$\sigma_{x\text{rms}}=0.2 \text{ pi-mm-mrad}$$

$$\sigma_{z\text{rms}}=0.1 \text{ pi-deg-MeV}$$

横方向ゼロ電流位相進み 33 度

電流 30mA の場合について、この条件下で求めた収束パラメータを stability chart と重ねて図 4 に示す。エミッタンス比がおよそ 1.4 になるので、エミッタンス比が 1.3 の chart に重ねて、動作点を緑色で図示した。

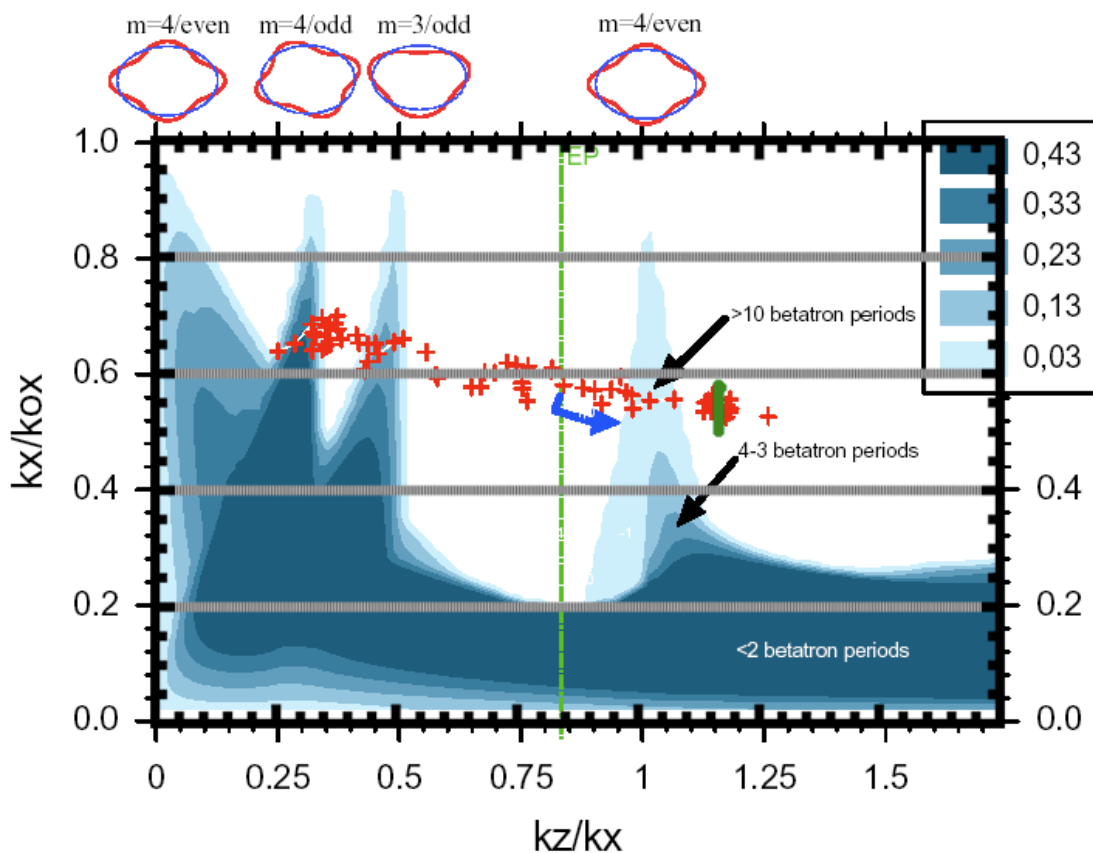


図 4：弱い収束力を使ったデザインの stability chart 上の動作点。緑の部分
がデザイン値。エミッタンス比がおよそ 1.4 なので、equipartitioned beam は、
 $kz/kx=0.73$ となる。緑色の点線はエミッタンス比 1.3 に対応する
equipartitioned beam を示している。本図では $\sigma_{z\text{rms}}=0.1\text{pi-deg-MeV}$ を仮定。
電流 30 mA でも、tune depression が 0.5 以下となるので、弱い収束系と言え
る。赤のクロスは無視の事。 $\sigma_z/\sigma_x=1.3$ の chart を使用した。

この弱い収束系は以下の問題点を持つ。

1. 30 mA で tune depression が ~ 0.5 と強くなっており、このような弱い収束系は、SPL, SNS においても見られない。
2. 収束力を強めると $k_z/k_x=1$ をクロスする事になり、望ましくない。
3. 磁石励磁電流が同じ場合、ビーム電流が 50mA になると、tune depression は 0.45 程度まで下がるので、危険領域とみなせる。

3.3 弱い収束力の場合の現実的なデザイン

DTL 入射縦エミッタンスに、MEBT 通過による縦エミッタンス増加を入れた現実的な場合を考える。J-PARC リニアックのデザイン電流 50mA についての計算結果を図 5 示す。

DTL 入り口において：

$$\sigma_{x\text{rms}}=0.2 \text{ pi-mm-mrad}$$

$$\sigma_{z\text{rms}}=0.14 \text{ pi-deg-MeV}$$

横方向ゼロ電流位相進み 33 度

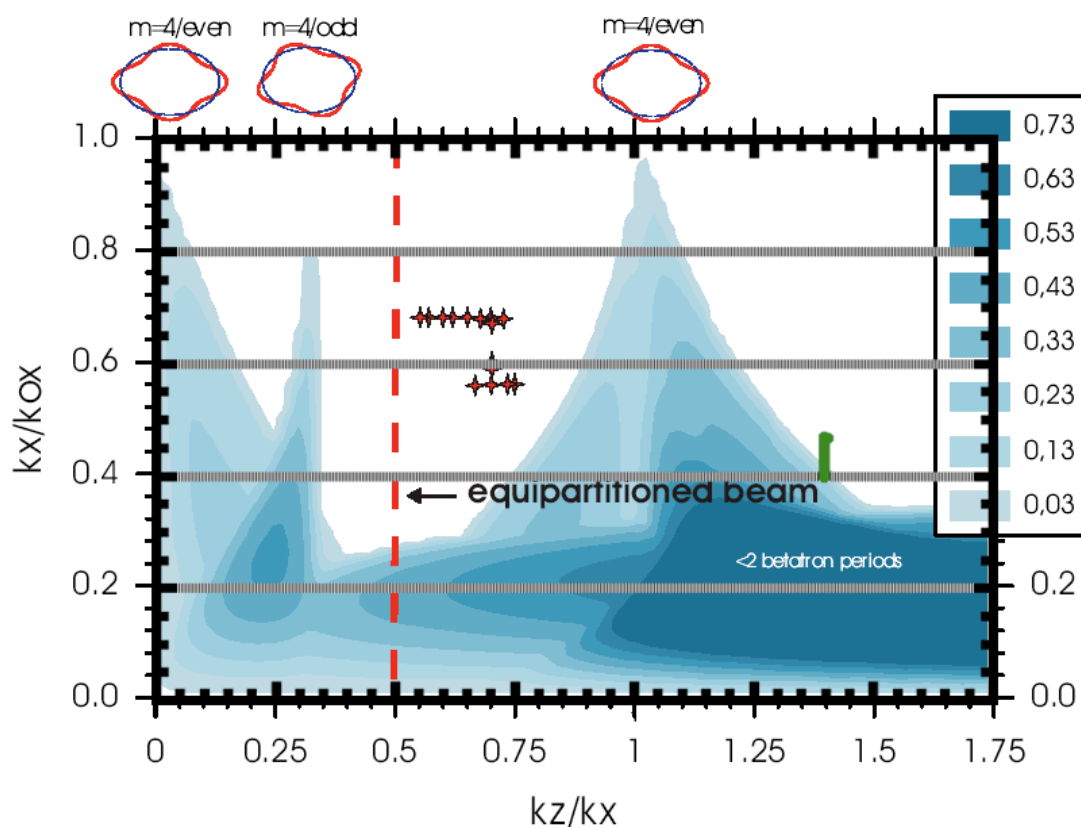


図 5：現実的な入射縦エミッタンスを使った場合の弱い収束力を使ったデザインの stability chart 上の動作点。 $k_z/k_x=1.4$ 付近の緑の部分がデザイン値となる。エミッタンス比がおよそ 1.9 なので、equipartitioned beam は、 $k_z/k_x=0.52$ となる。電流 50mA。赤のクロスは無視の事。 $\sigma_z/\sigma_x=2$ の chart を使用した。

図5から次の3点が指摘できる。

1. Tune depression が 0.4 以下となり危険。
2. Stability chart 上で、レゾナンスによるエミッタンス増加の裾と重なっており危険。
3. $k_z/k_x=1$ の右側は特に避けるべき場所である。

最後の $k_z/k_x=1$ が問題である点については、図6に最近のレポートの結果を引用する。

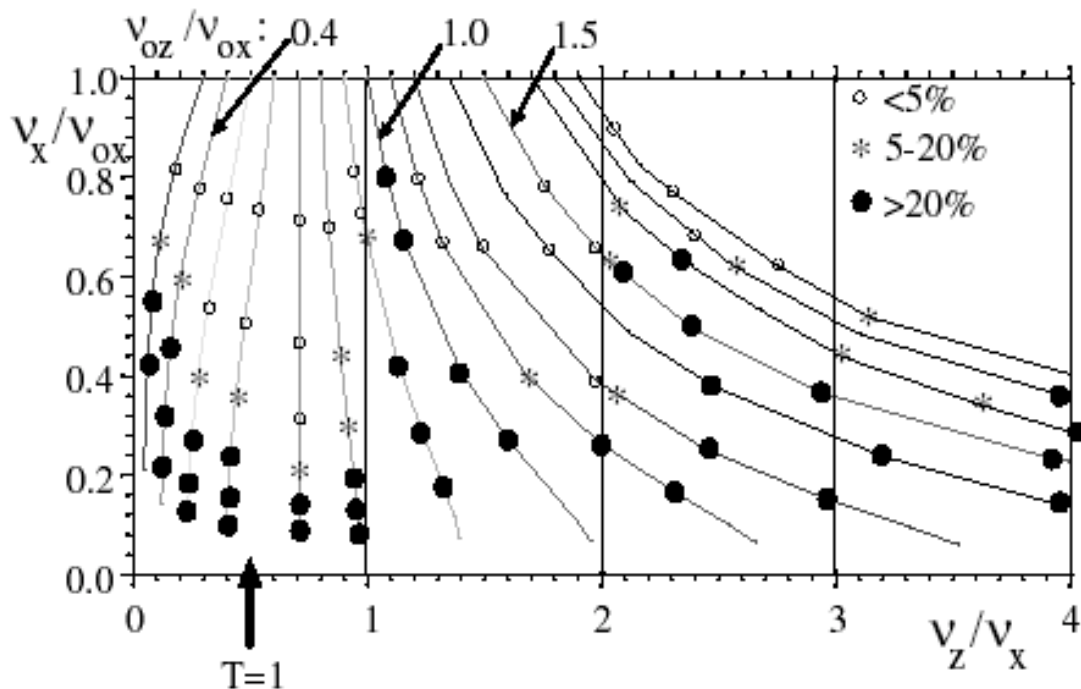


図6 : Simulation results for initial $\zeta/\eta=2$ (waterbag); markers indicate level of emittance growth in the initially colder direction (lines connecting markers indicate same focusing system ζ_0/η_0 defined by the zero current value at $\zeta/\eta=1$).

(Ref: I. Hofmann et al., Phys. Rev. Lett. 86, 2313(2001)より引用。)

図6の横軸と縦軸は、図1-5と同じである(表式と横軸の範囲が変わっているが意味は同じ)。黒丸の部分は、著しいエミッタンス増加と位置づけられており、特に $\zeta/\eta=1$ の右側は注意すべき領域である事がわかる。

4) 収束ラティスについて

SPL では FFDD を採用しているが、その第一の理由は、周波数を 352MHz に選んだ事により、FD 方式では必要な磁場勾配が達成できないからである。PS/RF Note 2002-038 では方式の比較をしているが、FFDD が FD に比べて基本的なビーム

ダイナミクスにおいて優れているという記述はされていない。逆に、FFDD の短所を、その外の制限を設ける事によりどのようにして軽減するかという方法が述べられている。

J-PARC でFDを選んでいる理由は次の通りである。

1. ベータatron振動の modulation factor が小さい。
2. ビームサイズが小さい。
3. 十分な収束力を得る為に必要な磁場勾配が達成できる。これは周波数を 324MHz に選定しているからである。

5) まとめ

1. TDR 収束デザインは equipartitioned beam を十分な収束力 (tune depression ~ 0.7) で実現しており、stability chart 上では、広い安定領域のほぼ中心に位置している (図3参照)。tune depression ~ 0.7 を実現する事は世界のほぼ共通認識である。
2. DTL 励磁電流 500A 程度の弱い収束系は、tune depression が強く (< 0.5)、stability chart 上では、 $k_z/k_x=1$ の右側という好ましくない場所に設定されている (図5参照)。
3. DTL 入射エミッタンスの比は、SPL, SNS, J-PARC TDR では、ほぼ同じ値が使われている。

おわりに

KEK Report 97-16, page 4-22 にはかつて次のように記述した。

Matched and equipartitioning parameters of the injection beam into the DTL are listed in Table 4.6. The main focusing parameters along the DTL are plotted in Figs. 4.8, 4.9 and 4.10. These parameters are typical. In the operation, the focusing parameters should be calculated again according to both the measured injection beam parameters, and carefully adjusted in order to find an optimum quality of the output beam. In such a procedure, the focusing field gradient may be tuned to intermediate values between the results of the equipartitioning focusing method and those of the constant phase focusing one, shown in Fig. 4.11, according to the expected values of emittance growths in both phase spaces.

J-PARC リニアック (DTL+SDTL) は 1996 年には基本的デザインを終えていた。その当時、旗印にした事は、*equipartitioning* を実現可能な加速管として、縦と横のエミッタンスをコントロールするという考え方であった。それは一方では、発展途上であった全世界の研究によりミスマッチ及びなんらかのレゾナンス等によるエミッタンス増加が解明され、何かが予期された時の回避策としても有効と期待していた。これまでの結果をみる限り、TDR に示されている設定は、一番広い安定領域に設定されており、危ない *resonant modes* をクロスする事もない。

CERN SPL のデザイナー (F. Gerigk) は次のように書いている。
~, freeze a design only when you know the properties of the input beam.

同感である。同時に、最終ビームからの視点 (選択の自由を確保しておく事) も同等あるいはそれ以上に重要と思われる。

注) 本稿の *stability chart* は Hofmann, Gerigk 氏の論文及び報告より引用しました。